Studienvorbereitung Mathematik

an der Jade Hochschule – Wilhelmshaven Oldenburg Elsfleth
(Standort Oldenburg)

Aufgaben

Inhaltsverzeichnis

Überarbeitung: Lutz P. Aderhold

1 Elementare Umformungsregeln zum Lösen von Gleichungen

1.1. Formen Sie mittels der binomischen Formeln um:

$(a,\ b,\ c,\ d,\ e,\ x,\ y\ \in \mathbb{R})$

(a) $(3a + 7b)^2$

(b) $(5a + 7c)^2$

(c) $(-2a^2 + 13d)^2$

(d) $(9b - 16c) \cdot (9b + 16c)$

(e) $(8a + 14b) \cdot (8a - 14b)$

(f) $(7x - 4y)^2$

(g) $(-0,2a + 1,2b^2)^2$

1.2. Schreiben Sie als Potenz oder faktorisieren Sie so weit wie möglich (beides mit Hilfe der binomischen Formeln):

$(a,\ b,\ c,\ d,\ e,\ f,\ g,\ h,\ m,\ n,\ p,\ q,\ x,\ y\ \in \mathbb{R})$

(a) $9x^2 + 90x + 144$

(b) $a^4 + 6a^2 - 40$

(c) $256a^2 - c^4$

(d) $169e^6 - 25f^{10}$

(e) $625d^8 - a^4$

(f) $144c^2 - d^6$

(g) $81a^4 - b^8$

(h) $36h^{10} - 196g^6$

(i) $16x^2 + 8x + 1 - 49y^2$

(j) $3y^3 + 27y^2 + 60y$

(k) $49m^2 + 42mn^2 + 9n^4$

(l) $-16p^4 + 64p^2q^4 - 64q^8$

1.3. Verwenden Sie auch hier binomische Formeln zur Umformung; „machen“ Sie die Terme vorher nötigenfalls „passend“!

$(a,\ c,\ d,\ e,\ x,\ y\ \in \mathbb{R})$

(a) $(-5c + 3a)(5c - 3a)$

(b) $(-8d + 5e)(8d - 5e)$

(c) $4x^2 + 40x + 36$

1.4. Formen Sie mittels der binomischen Formeln um:

$(a,\ b,\ e,\ f,\ g,\ h,\ m,\ n\ \in \mathbb{R};\ a \cdot b \neq 0,\ m \cdot n \neq 0)$

(a) $(\frac{1}{2}e - \frac{1}{3}f)^2$

(b) $(\frac{1}{2}g - \frac{1}{5}h)^2$

(c) $(\frac{3}{a} + \frac{12}{b})^2$

(d) $(\frac{9}{m^2} + \frac{1}{3}n) \cdot (-\frac{1}{3}n + \frac{9}{m^2})$

1.5. Schreiben Sie als Potenz oder faktorisieren Sie so weit wie möglich (beides mit Hilfe der binomischen Formeln):

$(a,\ b,\ c,\ d,\ e,\ f,\ m,\ n\ \in \mathbb{R};\ a \cdot b \neq 0,\ m \cdot n \neq 0)$

(a) $36e^2 - 2ef + \frac{1}{36}f^2$

(b) $16c^2 - 2cd + \frac{1}{16}d^2$

(c) $-\frac{16}{a^2} + \frac{32}{ab^2} - \frac{16}{b^4}$

(d) $(\frac{2}{m} + \frac{7}{n^3}) \cdot (-\frac{8}{m} + \frac{28}{n^3})$

1.6. Bestimmen Sie für die folgenden Bruchterme die Definitionsmenge und kürzen Sie dann so weit wie möglich. Zur Bestimmung der Definitionsmenge genügt es, die Nenner so umzuformen, daß man sofort daran ablesen kann, welche Einsetzungen „verboten“ werden müssen.

(a) $\frac{a^3-3a^2}{a^2-6a+9}$

(b) $\frac{2x^2-18x}{x^2-81}$

(c) $\frac{z^3-z^2-56z}{2z^2-30z+112}$

1.7. Vereinfachen Sie die folgenden Terme (überlegen Sie sich dazu auch die jeweilige Definitionsmenge):

$(p,\ s,\ x,\ \in \mathbb{R})$

(a) $\frac{3x^3-1}{x^3+x^2y} + \frac{x-1}{x+y}$

(b) $\frac{b}{a^2+2ab+b^2} - \frac{2a}{a^2-b^2}$

(c) $\frac{-x^2+5x-4}{16-8x+x^2}$

(d) $\frac{1+x}{x^2-x} - (\frac{2}{x-1} - \frac{2}{x})$

1.8. Lösen Sie die folgenden Gleichungen in der Grundmenge $\mathbb{Q}$ und geben Sie die Lösungsmengen an:

$(p,\ s,\ x,\ \in \mathbb{R})$

(a) $(x+2)^2 - (x-3)^2 = 0$

(b) $2x^2 + 11x - 10 = x^2 + 16$

(c) $(x+3)^2 - (x-2)^2 = 0$

(d) $2x^2 + 15x - 18 = x^2 + 16$

(e) $\frac{p^2}{2} + 3p + 5 = 0$

(f) $-16s^2 + 8s = 1$

(g) $\frac{5}{6x-6} - \frac{7}{3x+3} = \frac{x}{x^2-1}$

(h) $\frac{x+1}{x-1} + \frac{x+1}{x-4} = \frac{x^2+x}{x^2-5x+4}$

1.9. Bestimmen Sie die Nullstelle(n) der folgenden Funktionen durch Rechnung.

(a) $f(x) = \frac{1}{8}x - 2$

(b) $f(x) = x^2 + 15x - 34$

(c) $f(x) = x^4 - 13x^2 + 36$

(d) $f(x) = 2x^2 - 2x + 1$

(e) $f(x) = x^2 + 10x + 25$

(f) $f(x) = x^3 - 49x$

2 Potenz- und Wurzelrechnung

2.1. Vereinfachen Sie die folgenden Ausdrücke:

(a) $17^3 \cdot \left(\frac{1}{17}\right)^3$

(b) $y^5 \cdot y^7$

(c) $3a^2 \cdot 2a \cdot 6a^3$

(d) $b^{2x} \cdot b^{3x}$

(e) $a^x \cdot a$

(f) $x^3 \cdot y^2 \cdot x^2 \cdot y^3$

(g) $\frac{21y^{11}}{14y^9}$

(h) $\frac{a^5 \cdot b^4}{b^2 \cdot a^3}$

(i) $x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{1}{4}}$

(j) $\sqrt{a} \cdot \sqrt[5]{a}$

(k) $\frac{\sqrt[4]{x}}{\sqrt{x}}$

(l) $\frac{x^{n+2}}{x^{n+1}}$

2.2. Lösen Sie:

(a) $4 - \sqrt{2x-5} = x$

(b) $\sqrt{4x} - \sqrt{9x} + \sqrt{5} = 0$

(c) $\sqrt{2x+5} - \sqrt{4x-4} + 1 = 0$

3 Exponentialgleichungen und Logarithmen

3.1. Vor fünf Jahren hat ein Kapitalanleger einen bestimmten Betrag seines Vermögens zu einem festen Zinssatz von 10 % fest angelegt. Sein aktuelles Guthaben beträgt 161 051 EUR.

(a) Welchen Betrag hat der Kapitalanleger zu den genannten Bedingungen fest angelegt?
Bitte versuchen Sie zunächst, den Betrag zu schätzen.

(b) Wie hoch würde das Guthaben wohl sein, wenn das o. g. aktuelle Guthaben für weitere fünf Jahre zu den gleichen Konditionen angelegt werden würde?

(c) Für wie viele Jahre müßte das Guthaben wohl fest anglegt werden, um bei gleichen Bedingungen einen Betrag von 500 000 EUR zu erzielen?

3.2. Berechnen Sie (ohne Taschenrechner):

(a) $\log_4 16 \;=\; x$

(b) $\log_2 32 \;=\; x$

(c) $\log_{10} 1 \;=\; x$

(d) $\log_2 \frac{1}{8} \;=\; x$

(e) $\log_{\frac{1}{10}} 10 \;=\; x$

(f) $\log_x 144 \;=\; 2$

(g) $\log_x 2 \;=\; \frac{1}{3}$

(h) $\log_x \frac{1}{27} \;=\; 3$

(i) $\log_x \frac{1}{27} \;=\; -3$

(j) $\log_{10} x \;=\; 4$

(k) $\log_2 x \;=\; -1$

(l) $\log_4 x \;=\; \frac{1}{2}$

(m) $\log_7 49$

(n) $\log_7 \frac{1}{49}$

(o) $\log_{49} 7$

(p) $\log_7 7^{23}$

(q) $\ln \frac{1}{e}$

(r) $\ln \frac{e^2 \cdot \sqrt{e}}{\sqrt[3]{e}}$

3.3. Berechnen Sie mit Hilfe eines Taschenrechners $\log_7 10$.

3.4. Wahr oder falsch? Überprüfen Sie:

(a) $\lg 1000^{\lg 100} \;=\; \log_3 27^{\log_3 9}$

(b) $\log_4 1 + \log_4 2 \;=\; \log_4 4 - \log_4 2$

(c) $e^{\ln e} \;=\; 1$

(d) $e^{\ln 1} \;=\; 0$

(e) $x^{\ln e} \;=\; x$

(f) $\ln e^{\ln e} \;=\; \ln e^{\ln 1}$

(g) $\ln e^{\ln 1} \;=\; \ln 1^{\ln e}$

(h) $e^{\ln e^{\ln e}} \;=\; e^2$

3.5. Berechnen Sie:

(a) $12 \cdot 4^x + 17 \;=\; 257 - 3 \cdot 4^x$

(b) $2^{2x+7} \;=\; 32 \cdot 8^{4x}$

(c) $64 \cdot 4^{2x} - (\frac{1}{16})^{x-2} = 0$

(d) $b^{x-1} \cdot 3^x = 2^{-x}$

4 Grundlagen der Trigonometrie

4.1. Von einem Dreieck ABC sind die folgenden Größen bekannt.

(i)	$c = 12,4$cm,	$a = 6,13$cm,	$\gamma = 112^o$
(ii)	$c = 12,4$dm,	$\alpha = 48,2^o$,	$\beta = 83,3^o$
(iii)	$b = 9,88$m,	$c = 10,7$m,	$\beta = 65,5^o$
(iv)	$a = 6$ cm,	$b = 8$ cm,	$c = 10$ cm

Berechnen Sie die restlichen Größen.

4.2. Von der Brüstung eines Leuchtturms erscheinen zwei Felsen F_1 und F_2, die bei ruhiger See noch aus dem Wasser ragen, unter den Tiefenwinkeln α bzw. β (Bild 2). Das Auge B des Betrachters und die Punkte F_1 und F_2 befinden sich dabei in derselben Vertikalebene.
Wieweit sind die Felsen voneinander und vom Leuchtturm entfernt, wenn $\alpha = 28,7^o$ und $\beta = 43,9^o$ gemessen werden und das Auge B des Betrachters sich 63,2m über dem Meeresspiegel befindet?

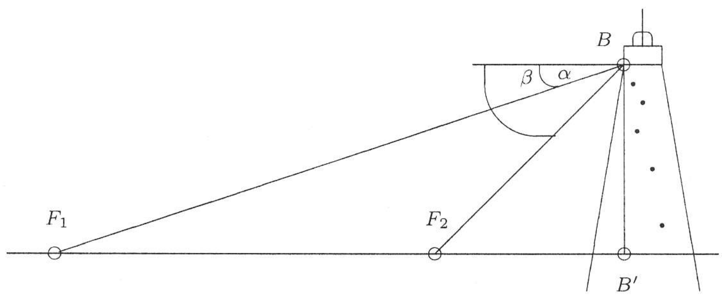


Bild 4.1

4.3. Ein Wanderer W, der sich 120m über einem Gebirgssee befindet, sieht den Gipfel S eines Berges (Bild 1) unter einem 36^o großen Höhenwinkel α, das Spiegelbild S' des Gipfels im See unter einem 43^o großen Tiefenwinkel β.
Wie hoch liegt der Gipfel über dem See?

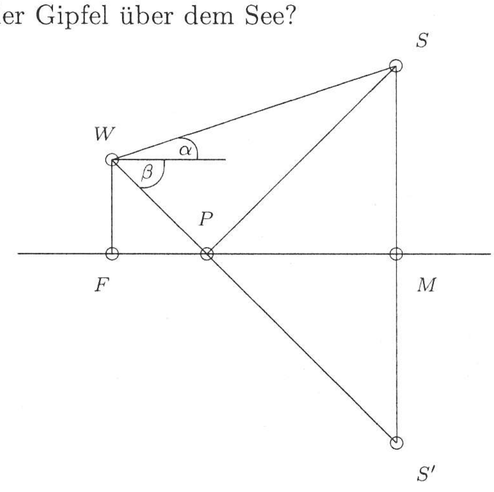


Bild 4.2

4.4. Um dem Abstand $\overline{P_1P_2}$ der beiden durch einen Fluß getrennten Punkte P_1 und P_2 voneinander zu ermitteln (Bild 3), werden von den Enden der 55m langen Standlinie $\overline{AB}$ folgende Winkelgrößen gemessen:

$\sphericalangle\ BAP_1 = 124,1^o$, $\sphericalangle\ BAP_2 = 54,3^o$, $\sphericalangle\ P_1BA = 33,9^o$ und

$\sphericalangle\ P_2BA = 95,2^o$.

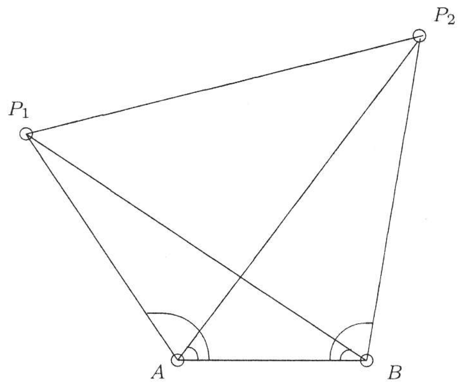


Bild 4.3

4.5. Zwei Geraden g und h schneiden sich in einem Punkt S. Veranschaulichen Sie die beiden Geraden so in der Zeichenebene, daß der Schnittpunkt S nicht mehr auf dem Blatt liegt. Markieren Sie einen weiteren Punkt P so, daß P nicht auf g oder h liegt.
Konstruieren Sie die Gerade durch die Punkte P und S (Hinweis: Fallunterscheidung).

4.6. Gegeben sind zwei Kreise mit den Radien 4cm und 3cm. Die Entfernung der Kreismittelpunkte beträgt 6 cm.
Berechnen Sie die Länge ihrer gemeinsamen Sehne.

4.7. Beweisen Sie:
Für den Flächeninhalt eines Dreiecks gilt:
$A = 2r^2 \cdot \sin\alpha \cdot \sin\beta \cdot \sin\gamma$ (r bezeichnet den Umkreisradius)

Hinweis: Es gilt $\gamma = \gamma$'

4.8. Bestimmen Sie (i) den Sinus von $\frac{\pi}{4}$ [rad] und (ii) den Sinus von $\frac{\pi}{6}$ [rad], ohne einen Taschenrechner oder eine Tabelle zu Hilfe zu nehmen.

5 Elementare Funktionen

5.1. Skizzieren Sie grob den Verlauf folgender elementarer Funktionen, ohne eine Wertetabelle zu erstellen:

(a) $f_a(x) = -x^2$

(b) $f_b(x) = \frac{1}{x^2}$

(c) $f_c(x) = \sqrt{x}$

(d) $f_d(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

(e) $f_e(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$

5.2. Ordnen Sie die folgenden Funktionsgleichungen den abgebildeten Funktionsgraphen zu:

$f_1(x) = 2x - 1$

$f_2(x) = 2^x$

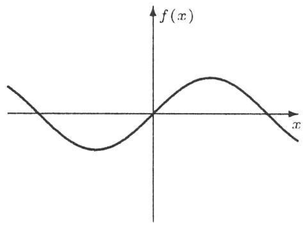
$f_3(x) = x^3 - x^2 + 1$

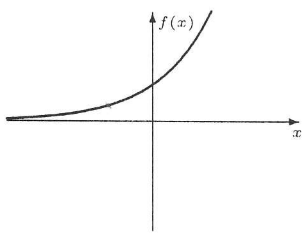
$f_4(x) = \sin\ x$

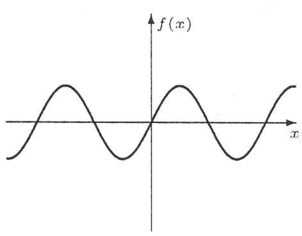
$f_5(x) = \sin\ 2x$

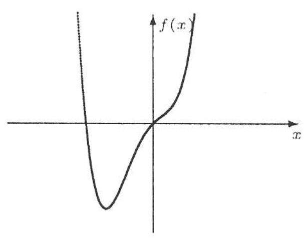
$f_6(x) = \log_2\ x$

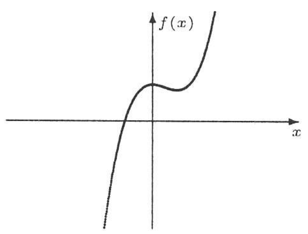
$f_7(x) = x^4 + x^3 - x^2 + x$

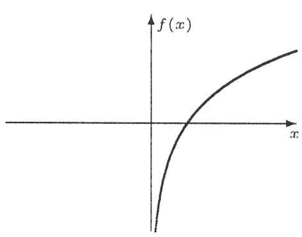


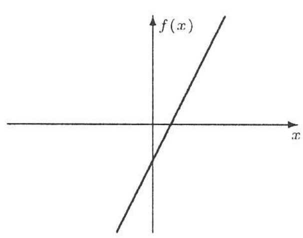












5.3. Bestimmen Sie den Definitionsbereich und die Nullstellen der folgenden Funktionen f und zeichnen Sie den Graphen.

(i) $f(x) = x^3 - x$

(ii) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ (Tip: Polynomdivision)

(iii) $f(x) = \dfrac{x-2}{x+1}$

(iv) $f(x) = \sqrt{x+2}$

(v) $f(x) = \left(\dfrac{1}{2}\right)^x$

(vi) $f(x) = \sin\left(2x - \dfrac{\pi}{4}\right)$

6 Vektoren und Lineare Gleichungssysteme

6.1. Gegeben seien die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$,

$\vec{d} = \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \end{pmatrix}$, $\vec{e_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{e_2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\vec{e_3} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Berechnen Sie (falls möglich):

(i) $\vec{a} + \vec{b}$

(ii) $\vec{a} - \vec{b}$

(iii) $\vec{e_1} + \vec{e_2} + \vec{e_3}$

(iv) $(-\frac{1}{2}) \cdot \vec{b}$

(v) $|\vec{b}|$

(vi) $\frac{1}{2} \cdot \vec{b} \bullet \vec{a}$

(vii) $\vec{b} \bullet \vec{c}$

(viii) $|\vec{d}| \cdot \vec{a}$

(ix) $|\vec{c}| \cdot |\vec{b}|$

(x) $\vec{a} \times \vec{b}$

(xi) $\vec{c} \times \vec{d}$

(xii) $\vec{a} \times (\vec{e_1} + 2 \cdot \vec{e_2} + 3 \cdot \vec{e_3})$

6.2. Welchen Winkel schließen die folgenden Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ ein?

(i) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

(ii) $\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

(iii) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

6.3. Zeigen Sie die folgenden Eigenschaften:

(i) $\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$

(ii) Gilt für zwei vom Nullvektor verschiedene Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$: „$2 \cdot \vec{a} = \vec{b}$", so schließen $\vec{a}$ und $\vec{b}$ einen Winkel von 0° ein?

6.4. Lösen Sie die folgenden Gleichungssysteme mit dem Gaußschen Eliminationsverfahren:

(i)

$$\begin{array}{rcrcr} 3x & - & 4y & = & -10 \\ x & + & 2y & = & 0 \end{array}$$

(ii)

$$\begin{array}{rcrcl} x & - & 3y & = & 5 \\ -5x & & & = & -15y - 25 \end{array}$$

(iii)

$$\begin{array}{rcrcr} 2x & + & 3y & = & 1 \\ -14x & - & 21y & = & 7 \end{array}$$

(iv)

$$\begin{array}{rcrcrcr} x & + & 2y & - & 3z & = & 4 \\ x & + & 3y & + & z & = & 11 \\ 2x & + & 5y & - & 4z & = & 13 \end{array}$$

(v)

$$\begin{array}{rcrcrcrcr} -x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & + & 3x_4 & = & 8 \\ -2x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & - & x_4 & = & -4 \\ -3x_1 & + & 3x_2 & + & 2x_3 & + & x_4 & = & 3 \\ 2x_1 & - & 2x_2 & + & x_3 & - & x_4 & = & -5 \end{array}$$

(vi)

$$\begin{array}{rcrcrcrcrcr} x_1 & + & x_2 & + & x_3 & + & x_4 & - & x_5 & = & -1 \\ x_1 & + & x_2 & - & x_3 & - & x_4 & + & x_5 & = & 1 \\ x_1 & - & x_2 & + & x_3 & - & x_4 & - & x_5 & = & 5 \\ -x_1 & + & x_2 & - & x_3 & + & x_4 & - & x_5 & = & -7 \\ x_1 & - & x_2 & - & x_3 & - & x_4 & - & x_5 & = & 1 \end{array}$$

7 Differentialrechnung

7.1. Versuchen Sie, die erste Ableitung der Funktion f mit der Zuordnungsvorschrift $f(x) = \frac{1}{x} (x \neq 0)$ nur mit Hilfe der Definition

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

zu berechnen.

7.2. Bestimmen Sie die erste Ableitung der folgenden Funktionen und geben Sie jeweils die verwendete(n) Ableitungsregel(n) an.

(a) $f_a(x) = 2x^2 \sin x$

(b) $f_b(x) = \dfrac{3x^3}{\ln x} \qquad (x \neq 1)$

(c) $f_c(x) = \tan(\cos x)$

(d) $f_d(x) = \left(\dfrac{2 + 3x}{1 - 2x}\right)^2 \qquad (x \neq \frac{1}{2})$

(e) $f_e(x) = \cos((2x^2 + 3)^3)$

(f) $f_f(x) = e^a + ee^x + e^{lnx} \qquad (a \in \mathbb{R})$

7.3. Bestimmen Sie für die Funktionen
g mit $g(x) = \frac{1}{2}x^4 + x^3 - x - \frac{1}{2}$ und
f mit $f(x) = \sin 2x - \cos 2x$

(a) den Definitionsbereich,

(b) die Nullstellen (Tip: $\cos x = \sin(\frac{\pi}{2} + x)$),

(c) die Extremstellen (Tip: $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$),

(d) die Wendestellen

(e) und zeichnen Sie die Graphen G_g und G_f.

7.4. Gegeben ist der Graph einer ganzrationalen Funktion dritten Grades G_f.

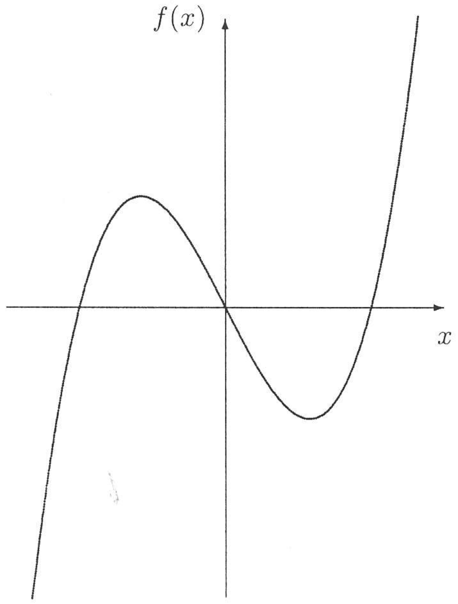
Versuchen Sie, den Verlauf der Graphen

der ersten Ableitung von f $G_{f'}$,

der zweiten Ableitung von f $G_{f''}$

und der dritten Ableitung von f $G_{f'''}$

grob zu skizzieren.



7.5. (a) Eine Ein-Liter-Dose soll aus möglichst wenig Blech hergestellt werden.
Aber wie?

(b) Zur Herstellung eines (oben offenen) Kartons sollen an den Ecken einer quadratischen Pappe acht (rechtwinklige) Einschnitte gemacht und die entstehenden Rechtecke hochgebogen werden.
Wie groß müssen die Einschnitte gemacht werden, damit das Volumen des Kartons möglichst groß wird?

8 Integralrechnung

8.1. Berechnen Sie die folgenden bestimmten Integrale:

(a) $\int_{-2}^{2} |t^2 - 1| dt$

(Tip: Zerlegen Sie das Interval $[-2, 2]$ so in Teilintervalle, daß Sie das bestimmte Integral ohne Verwendung von Betragszeichen aufschreiben können.)

(b) $\int_{0}^{\pi} (\sin t + 3t^4) dt$

(c) $\int_{1}^{2} (5e^t + \frac{2}{t})\ dt\ (t \neq 0)$

8.2. Bestimmen Sie die Fläche, die die Funktion $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - 2x$ mit der x-Achse einschließt.

8.3. Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale:

(a) $\int dx$

(b) $\int du$

(c) $\int \frac{dx}{x}$

(d) $\int \sin^2 \alpha\ dx + \int \sin^2 \alpha\ dx$

(e) $\int \sin 2x\ dx$

(f) $\int t^3 \ln t\ dt \quad (t \in \mathbb{R}^+)$ (durch Partielle Integration)

(g) $\int \tan x\ dx \quad (x \in \mathbb{R}^+)$ (durch Substitution)

(h) $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}\ dx \quad$ (durch Substitution)

(i) $\int e^{\sqrt{x}} dx$ [1]

[1]Diese Aufgabe ist vielleicht eine Herausforderung für Sie (?).
Indem Sie nacheinander die Substitutionsregel und die Regel bez. der Partiellen Integration einsetzen, gelangen Sie zum Ziel.

9 Komplexe Zahlen $\mathbb{C}$

9.1. Gegeben sei die quadratische Gleichung $2x^2 - 4x + 18 = 0$ $(x \in \mathbb{R})$.
Bestimmen Sie die Lösungen der Gleichung

9.2. (a) Geben Sie die folgenden komplexen Zahlen
$z_k := a_k + b_k j$ $(k = 1, 2, 3)$ an und die damit
identifizierten Paare $(a_k,\ b_k) \in \mathbb{R}^2$ für
$a_1 = 3,\ a_2 = -1,\ a_3 = 0$ und
$b_1 = 3,\ b_2 = -1,\ b_3 = 0$.

(b) Veranschaulichen Sie z_1, z_2 und z_3 als Punkte in der komplexen (Zeichen-) Ebene.

9.3. Gegeben seien die komplexen Zahlen z_k $(k = 1, 2, 3)$ aus Aufgabe 9.2.

Berechnen Sie bitte $z_1 + z_2,\ z_1 + z_3,\ z_1 \cdot z_2,\ z_2 \cdot z_3$.
Geben Sie die Ergebnisse in den Darstellungen $a + bj$ und (a, b) an.

9.4. (a) Bestimmen Sie $\overline{\overline{z}}$ für $z = a + bj$. Ist $\overline{\overline{z}}$ eine komplexe Zahl?

(b) Geben Sie $\overline{\overline{z}}$ als geordnetes Zahlenpaar an (in der Darstellung (,)).

(c) Geben Sie zu den komplexen Zahlen z_k $(k = 1, 2, 3)$ aus Aufgabe 9.2. die konjugiert komplexen Zahlen an.

(d) Bestimmen Sie für $v, w, z \in C$

$\overline{v \cdot (w + z)}$

$\overline{v \cdot w} + \overline{v \cdot z}$

(e) Was lässt sich aus der Aussage $z = -\overline{z}$ folgern?

9.5. Bestimmen Sie die Absolutbeträge der komplexen Zahlen z_k, $(k = 1, 2, 3)$ aus Aufgabe 9.2.

9.6. Geben Sie für $z = 1 + j$ die trigonometrische Darstellung an.